

开孔管桩复合地基排水固结解析解

唐晓武, 杨晓秋, 俞 悦

(浙江大学 建筑工程学院, 浙江 杭州 310058)

摘 要: 现有复合地基的竖向增强体往往无法兼具排水能力与竖向刚度。基于该工程现状, 提出一种桩身开孔、能够达到排水效果的新型预制管桩, 并针对其开展地基固结分析。假设孔洞流体满足管流条件以及管桩内往孔压连续, 并考虑褥垫层的协调作用, 推导出排水桩等应变固结解析解。基于该解析解, 首先对砂井、碎石桩、不排水桩以及排水桩在相同外径尺寸情况下的排水固结能力进行了对比, 结果显示开孔排水桩具有最好的排水固结能力。接着分析了桩身模量、褥垫层模量以及井径比的影响。最后分析了桩身性质(桩身开孔和桩体弹性模量)的影响, 计算结果表明, 排水能力和模量是影响固结性能的两个主要因素, 且排水能力最为重要。但在排水能力相同的情况下, 桩身模量越大, 则固结越快。

关 键 词: 复合地基; 开孔管桩; 固结分析; 排水能力; 模量

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2019)04-1248-07

Analytical solutions to drained consolidation of porous pipe pile

TANG Xiao-wu, YANG Xiao-qi, YU Yue

(College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China)

Abstract: Defects exist in vertical reinforcement, such as drainage capacity and large bearing capacity cannot be achieved at the same time. This study developed a new type of porous pipe pile with drainage function. It is assumed the tube flow for pore fluid, and the continuous pore pressure according to Poiseuille equation. Then, the analytical solution of strain consolidation is deduced. The drainage pile presents the best consolidation capacity compared to sand drain, gravel pile and undrained pile. The effect of pile modulus, mattress modulus and radius ratio on consolidation are also analyzed. Drainage capacity and modulus are two main factors that affect the consolidation performance. The drainage capacity is the most important. Within the same drainage capacity, greater the modulus of the pile produces faster consolidation process.

Keywords: composite foundation; porous pipe pile; consolidation analysis; drainage capacity; modulus

1 引 言

复合地基是一种通过在土体中增加竖向增强体, 使部分土体得到置换或得到加强, 在桩土协调作用下共同承担结构荷载的人工地基, 在我国分布范围较广的软弱土地基处理中, 占有重要的地位。根据桩体材料, 可以分为散体材料桩和黏结材料桩。散体桩具有很大的渗透性而被视为排水桩, 工程中将其用于对软弱土孔隙水的排出。黏结性材料桩由于具有较大的刚度, 所以用来提高软弱土体的承载力。

目前对于复合地基固结的研究主要集中于散体

桩复合地基, 研究方法多以砂井固结为基础。自从 Yoshikuni^[1]提出复合地基的应力集中效应后。后来的学者在这两者的基础上对于使用中的实际情况作了更多的假设和研究, 获得了丰富的成果。Hird 等^[2]提出在桩周土体的扰动区, 渗透系数是一个连续变化的量。针对该点, 赵明华等^[3]引入了土体压缩和渗透率的对数模型, 并且综合考虑了桩体压缩变形, 求解了非线性固结解析解。在考虑实际地层分布情况, 固结的研究开始转向多层地基。Tang 等^[4-5]提出了非理想井条件下双层竖井地基固结解答。其求解过程考虑了砂井井阻、涂抹效应以及涂抹区的压缩, 并在求解过程中提出非理想井双层竖井地基系

收稿日期: 2017-06-19

基金项目: 国家自然科学基金(No. 51779218); 浙江省文物保护科技项目(No. 2013010)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51779218) and the Heritage Conversation Science and Technology Project of Zhejiang Province (2013010).

第一作者简介: 唐晓武, 男, 1966 年生, 博士后, 教授, 主要从事土工合成材料, 软土地基处理以及土遗址保护领域的研究。E-mail: tangxiaowu@zju.edu.cn

统的正交关系。该解答为最完善的非理想井双层整井地基固结理论。在双层砂井地基的基础上, 孙举等^[6]研究了考虑涂抹效应和应力集中效应的双层散体材料桩复合地基固结解析解及其工程应用。此外 Han^[7]、邢皓枫^[8]等也在为获得形式简洁和实用性强的固结解析式方面获得了相应的成果。针对传统刚性不排水桩固结问题, 杨涛等^[9]将不均质土体均质化, 采用复合模量法对复合地基进行固结研究。卢萌盟等^[10]在《复合地基固结理论》一书中, 假定桩、土界面不排水, 对不排水桩进行了系统的分析。

综上所述, 散体材料桩只有在土体的环向应力作用下才能形成竖向加强体, 其受力特性受制于桩周土体。相对于刚性桩, 其刚度较小, 桩土应力比也远小于刚性桩复合地基。针对以上问题, 虽然发展出土工织物散体桩, 但是本质问题并没有很好的解决。散体桩提高地基承载力较低, 刚性桩复合地基无疑更加优秀, 但是另一方面, 刚性桩作为一种不排水桩, 其固结能力较弱。本文提出一种兼顾排水和竖向承载能力的刚性桩, 以此达到能够排出土体内部水分、提高地基土抗剪强度和桩体承载力的情况。

2 开孔桩介绍

本文所示开孔管桩基于发明专利 CN104846809A^[11], 其特征在于预制管桩侧身开孔, 小孔呈错位或均匀分布。桩身外套土工织物, 土工织物可以增大与土体的摩擦从而提高单桩承载力, 同时有效避免桩身小孔淤堵而造成的排水能力下降问题。桩体示意图如图 1 所示, 桩体外径为 D_1 , 内径 D_2 , 开孔直径为 d , 开孔数量为 n 。

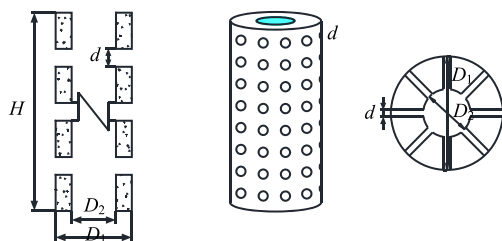


图 1 桩体结构示意图

Fig.1 Pile structure

本文开孔桩具有快速排出土体孔隙水、提高桩间土抗剪强度及地基承载力的能力, 同时能够缩减工期、提高效率。具体施工方法如下步骤: ①将预制管桩套上土工织物, 植入土中至设计深度; ②因土体受到挤压, 桩周土中孔隙水透过土工织物并由

管桩侧面小孔渗透进入内管进行排水; ③待排水固结后, 从管桩顶部向内管继续灌入混凝土, 待平整后回填碎石垫层及格栅, 回填后顶层格栅的高度与设计标高相同。如果场地软弱需要进行真空预压排水固结或堆载固结, 则步骤②可以改为: 向预制管桩内部回填砂粒, 达到砂井的效用。具体的使用方法可按具体施工要求来定。排水管桩在土体中工作原理如图 2 所示。

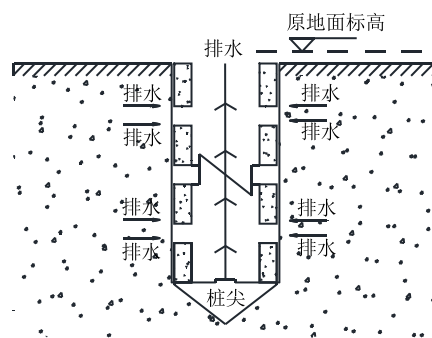


图 2 管桩排水工作原理示意图

Fig.2 Working principle of pipe pile drainage

3 固结解析解推导

对于固结来说, 土体内孔压的消散规律、土体任意时刻的平均固结度等都是衡量排水桩处理土体效果的直观反映指标, 所以接下来本文将对排水桩复合地基固结进行更加深入的分析。

3.1 模型简化与条件假设

本文忽略沉桩影响, 研究场地稳定以后对复合地基进行堆载预压固结处理, 假定桩体内部填充砂粒, 则地基固结简化计算模型如图 3 所示。图中 H 为管桩长度, 同时也是固结计算深度; r_d 为管桩外径; r_w 为内径; r_s 及 r_e 为涂抹区和影响区半径; k_h 和 k_v 为地基土水平向及竖直向渗透系数; k_s 为涂抹区水平渗透系数; k_w 为管桩内部填砂的渗透系数; 上部作用均布荷载 p_0 。

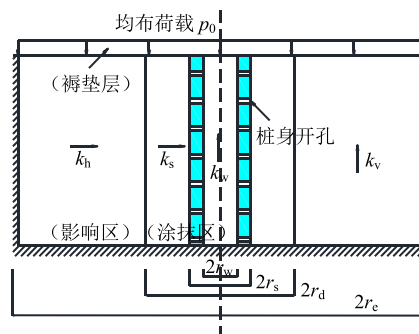


图 3 地基固结简化计算图

Fig.3 Simplified calculation of foundation consolidation

3.2 控制方程及求解条件

设桩体周身开孔 m 个且均布, 小孔直径为 d 。取 dz 长度桩体为分析对象, 桩身孔内液体流动按细长孔管流计算, 详细情况如图 4 所示。

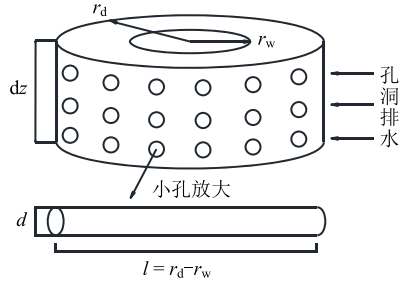


图 4 计算单元体示意图

Fig.4 Diagram of calculating body element

小孔管内流动可由 Poiseuille 方程表示:

$$q = \frac{\pi \Delta u d^4}{128 \mu l} \quad (1)$$

式中: q 为流过圆管的流量体积; μ 为液体黏度; d 为圆管直径; l 为圆管长度; Δu 为圆管两端的压力差。

dz 段桩周土体流入桩内水量:

$$Q_1 = 2\pi r_d \frac{k_s}{\gamma_w} dz \frac{\partial u_r}{\partial r} \bigg|_{r=r_d} \quad (2)$$

dz 段管桩内沙井排出水量:

$$Q_2 = \pi r_w^2 \frac{-k_w}{\gamma_w} dz \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} \quad (3)$$

dz 段桩体上, 孔内总流量:

$$Q_3 = \frac{m}{H} dz q \quad (4)$$

由流量相等假设有

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 \quad (5)$$

由等式 (5) 可得

$$\Delta u = A \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} \quad (6)$$

其中:

$$A = \frac{-128 r_w^2 k_w \mu l H}{\gamma_w m d^4} \quad (7)$$

对于复合地基, 上层填砂做为排水渠道, 同时

亦是褥垫层功能。在现实工程中, 桩顶刺入褥垫层, 若是桩-土模量比较大, 则桩顶刺入较深, 此时刺入量则不可忽略。褥垫层为级配砂石, 工作过程中并不会进入塑性状态。应用半无限体上圆形刚性基础沉降的解析解^[12-13]得

$$\delta = \frac{\pi}{2} (1 - \nu^2) \frac{P_{av} r_d}{E_r} \quad (8)$$

式中: δ 为桩头刺入量; ν 为褥垫层泊松比; P_{av} 为桩顶平均压强; E_r 为褥垫层变形模量。

依据式 (8) 可得

$$\varepsilon_v = \frac{\bar{\sigma}_d}{E_d} + \frac{\delta}{H} = \left(\frac{1}{E_d} + \frac{\pi (1 - \nu^2) r_d}{2 E_r H} \right) \bar{\sigma}_d \quad (9)$$

则桩的等效模量 E_e 为

$$E_e = \frac{1}{\left[1/E_d + \pi (1 - \nu^2) r_d / (2 E_r H) \right]} \quad (10)$$

复合地基工作时, 平衡方程以及应变协调如下所示:

$$\pi (r_e^2 - r_d^2) \bar{\sigma}_s + \pi r_d^2 \bar{\sigma}_d = \pi r_e^2 \sigma \quad (11)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_s - \bar{u}_r}{E_s} = \frac{\bar{\sigma}_d}{E_e} = \varepsilon_z = \varepsilon_v \quad (12)$$

由式 (11) 和式 (12) 可得

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = - \frac{(n^2 - 1)}{E_s (n^2 - 1 + Y)} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} \quad (13)$$

式中: σ 为荷载在地基中引起的附加应力; $\bar{\sigma}_s$ 和 $\bar{\sigma}_d$ 为复合地基中, 土体和桩体分别承担的平均应力; E_s 和 E_d 为土体和桩体的弹性模量; $\bar{u}_r$ 为仅考虑径向渗流时土体内一深度处的平均孔压; ε_z 和 ε_v 为土体任一深度处的竖向应变和体积应变。 $n = r_e / r_d$ 为井径比, $Y = E_e / E_s$ 为桩-土模量比。

径向固结有

$$\left. \begin{aligned} -\frac{k_s}{\gamma_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) &= \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (r_d \leq r \leq r_s) \\ -\frac{k_h}{\gamma_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) &= \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (r_s \leq r \leq r_e) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式 (14) 为开孔桩简化所得固结控制方程, 具体求解条件有如下几点:

(1) $r = r_e$ 时:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} = 0 \quad (15)$$

(2) $r = r_d$ 时:

$$u_r = u_w + \Delta u \quad (16)$$

(3) $z = 0$ 时:

$$u_w = 0 \quad (17)$$

(4) $z = H$ 时:

$$\frac{\partial u_w}{\partial z} = 0 \quad (18)$$

(5) $t = 0$ 时:

$$u_r = u_0 = \bar{\sigma}_s \quad (19)$$

式中: u_w 为管桩内部砂井的孔隙水压力; u_r 为地基土体内任意一点孔隙水压力。

3.3 方程求解

联立式 (14) ~ (16) 可得

$$u_r = \begin{cases} \frac{\gamma_w}{2k_s} \left(r_e^2 \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2 - r_w^2}{2} \right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + u_w + \Delta u & (r_d \leq r \leq r_s) \\ \left[\frac{\gamma_w}{2k_h} \left(r_e^2 \ln \frac{r}{r_s} - \frac{r^2 - r_s^2}{2} \right) + \frac{\gamma_w}{2k_s} \left(r_e^2 \ln s - \frac{r_s^2 - r_w^2}{2} \right) \right] \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + u_w + \Delta u & (r_s \leq r \leq r_e) \end{cases} \quad (20)$$

式中: $s = r_s / r_d$ 。

土体内平均孔隙水压力为

$$\bar{u}_r = \frac{1}{\pi(r_e^2 - r_d^2)} \int_{r_d}^{r_e} 2\pi r u_r dr \quad (21)$$

将式 (19) 代入式 (20), 积分可得

$$\bar{u}_r = \frac{-\gamma_w r_e^2}{2k_h} F_a \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + u_w + \Delta u \quad (22)$$

其中:

$$F_a = \left(\ln \frac{n}{s} + \frac{k_h}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} \right) \frac{n^2}{n^2 - 1} + \left(1 - \frac{k_h}{k_s} \right) \left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) \cdot \frac{s^2}{n^2 - 1} + \left(1 - \frac{1}{4n^2} \right) \frac{1}{n^2 - 1} \frac{k_h}{k_s} \quad (23)$$

由式 (5) 中 $Q_1 = Q_2$, 结合式 (14) 第 1 式可得

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = -\frac{\gamma_w}{k_w} (n^2 - 1) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (24)$$

结合式 (12)、(21)、(22) 可得

$$\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} = \frac{-2E_s k_h B}{\gamma_w r_e^2 F_a} [\bar{u}_r - (u_w + \Delta u)] \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = \frac{-2(n^2 - 1)k_h}{k_w r_e^2 F_a} [\bar{u}_r - (u_w + \Delta u)] \quad (26)$$

其中:

$$B = (n^2 - 1 + Y) / (n^2 - 1) \quad (27)$$

结合式 (6)、(25)、(26), 且在计算过程中令 $\lambda = (-2E_s k_h) / (\gamma_w r_e^2 F_a)$, $\rho^2 = [-2n^2 - 1k_h] / (k_w r_e^2 F_a)$ 可得

$$(1 - A\rho^2) \frac{\partial^3 u_w}{\partial z^2 \partial t} + B\lambda \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} - \rho^2 \frac{\partial u_w}{\partial t} = 0 \quad (28)$$

对于式 (28) 采用分离变量法解答, 可得

$$\bar{u}_r = u_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{M}{H} z\right) e^{-B_r t} \quad (29)$$

场地任意深度径向固结度为

$$U_r = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{M}{H} z\right) e^{(-B_r t)} \quad (30)$$

地基平均径向固结度为

$$\bar{U}_r = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{(-B_r t)} \quad (31)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{2m+1}{2} \pi \\ B_r &= \frac{B\lambda}{1 + \rho^2 \left(\frac{H}{M}\right)^2 - A\rho^2} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

4 参数分析

本文推导所得开孔管桩径向固结度公式, 形式与传统砂井固结相同。

(1) 其中指数 B_r , 其分子中 B 为应力集中的影响系数, 分母中 $-A\rho^2$ 为开孔对固结影响部分。

(2) 当桩身开孔面积率 100% 或桩身小孔通道长度为 0 时, 即为无桩情况, $Y = 0$, 此时 $B_r = \lambda / [1 + \rho^2 (H/M)^2]$, 即退化至砂井固结解。

(3) 对于碎石桩的固结解析解中, 其 B_r 中的应力集中系数 $B = n^2 - 1 + Y / n^2$, 这是因为散体桩模量小, 压缩大, 在推导过程中式 (9) 中考虑了散体

桩内孔压。

4.1 桩型对比分析

为对比砂井、碎石桩、不排水桩和开孔管桩 4 种处理方法的处理效果, 假想处理对象为软黏土, 具体参数依照文献及规范^[14-17]选取。土体参数: $E_s = 2 \text{ MPa}$, $K_h = 0.5 \times 10^{-10} \text{ m/s}$, 褥垫层压缩模量 $E_r = 5E_s$, 为简化计算不考虑涂抹作用, 并取井径比为 5。桩体参数如表 1 所示, 固结对比图如图 5 所示。

表 1 桩型参数表
Table 1 Pile parameter

处理方式	外径/m	内径/m	刚度	深度/m
砂井	0.25	0.0	—	10
碎石桩	0.25	0.0	$10E_s$	10
不排水桩	0.25	0.2	$2000E_s$	10
开孔管桩	0.25	0.2	$2000E_s$	10

如图 5 所示, 图中对比了几种加固软基方式的固结情况。主要分为 3 类处理方式: 砂井的加设本质上是增加排水路径, 加速土体内孔隙水的排出; 不排水管桩的处理方式是为了承担更多的上部荷载, 达到提高复合土体承载力的效果; 碎石桩和排水管桩能够同时起到加速排水与形成增强体的作用。由图 5 对比可知, 不排水刚性桩对地基固结有着显著的改善, 在固结初期, 固结效果优于其他几种处理方法。但是随着时间的推移, 尽管桩体刚度很大, 但是完成时间还是要晚于砂井、碎石桩、和排水管桩。对于 3 种拥有排水能力的处理方式, 固结效果明显最优。而且随着增强体刚度的增大, 固结效果更好。

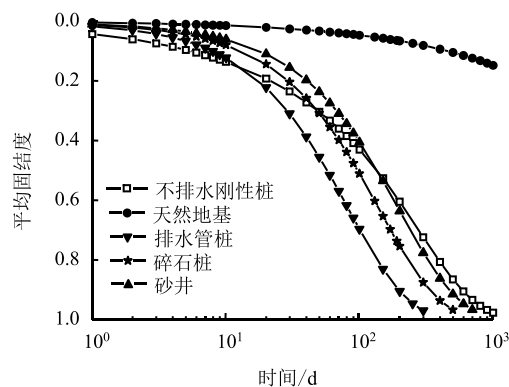


图 5 固结效果对比图

Fig.5 Comparison of the effect on consolidation effect

4.2 桩体模量 E_d 影响分析

图 6 为排水管桩桩身模量对复合地基固结的影

响。图中显示, 随着桩身模量的增大, 地基固结越来越快。但是随着桩身增大到一定水平, 桩身的模量对地基固结速率的影响越来越小, 直至可以忽略不计。这是因为排水管桩为刚性桩, 刚度较软弱土体而言相差很大。此时在固结求解过程中不能直接使用散体桩求解的等应变假设, 需要考虑到褥垫层的协调作用, 即是桩体刺入垫层深度。由式 (13) 可知, 直接影响固结速率的为复合模量, 桩体模量通过影响复合模量进而影响地基固结速率。由式 (10) 可以直观地看出, 随着桩体模量的增大, 复合模量增大, 且有一极限值。

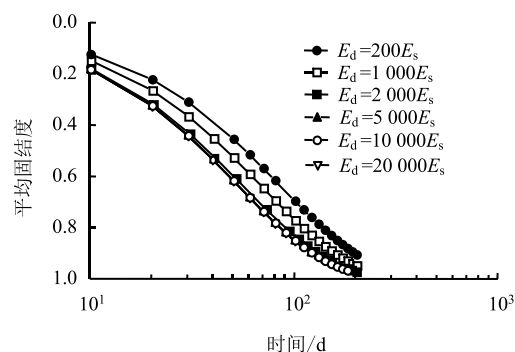


图 6 桩体模量对地基固结的影响

Fig.6 Influence of modulus of pile on consolidation of foundation

4.3 褥垫层模量 E_r 影响分析

在地基固结处理过程中, 地表用以排水的铺沙起到褥垫层作用。由于桩体刚度大, 不能像散体桩一样忽略桩体刺入的情况。图 7 为褥垫层模量对复合地基固结速率的影响。由图可以看出, 模量的改变对固结的影响较大, 且随着模量的增大固结变快。由式 (10) 可以看出, 垫层的模量对等效模量有更大的影响。但是随着模量的增大, 等效模量存在一个极限值。

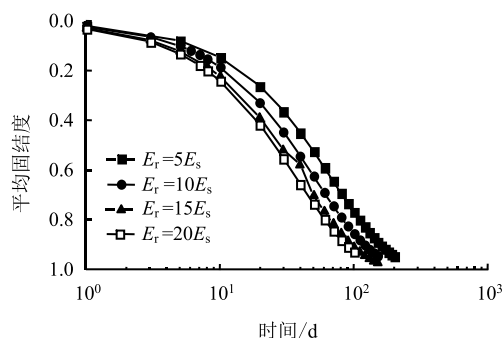


图 7 褥垫层模量对地基固结的影响

Fig.7 Influence of modulus of mattress layer on consolidation of foundation

4.4 井径比 n 影响分析

图8为井径比对本固结解析解的影响。可以看出,随着井径比的增大,复合地基的固结速率减慢。另外,随着井径比的增大,对固结影响趋于减小。当井径比减小到一定程度,复合地基的固结速率的变化非常小,此时可以认为井径比对地基固结不再产生影响。一般而言,砂井或塑料排水板的井径比取值范围在10~100之间,散体桩复合地基井径比的取值在1.5~10之间。

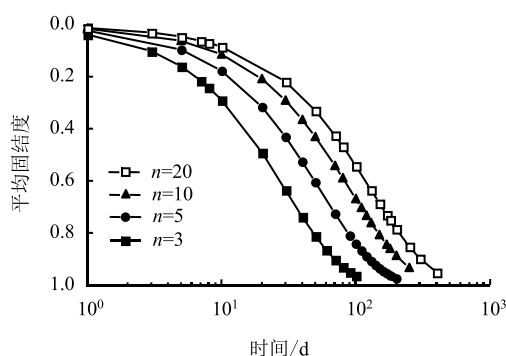


图8 井径比对地基固结的影响

Fig.8 Influence of radius ratio on consolidation of foundation

4.5 开孔系数 A 值影响分析

本文假设桩身开孔 m 个,直径为 d ,则小孔总面积为 $\pi m d^2 / 4$,设 ρ 为开孔面积率,则:

$$\rho = \frac{\pi m d^2 / 4}{\pi r_d H} \quad (33)$$

$$A = \frac{-16 r_w k_w \mu l}{\gamma_w r_d \rho d^2} \quad (34)$$

由式(34)可以看出,桩身自身参数对 A 值得影响主要为 ρ 和 d 。

图9为不同开孔形式对排水管桩复合地基固结的影响。由图中的对比可知,桩体同样模量情况下,桩身开孔较好地提高了地基固结的速率。由图9可以看出,3种不同开孔形式的桩,其固结速率存在一定的差别,固结的速率同时取决于 ρ 和 d 的变化。同时另一方面,在满足管流以及不破坏桩体结构,合理取值的情况下,开孔形式的差异引起的固结差异并不是特别大。由图中的对比可知,桩身同样模量情况下,桩身开孔较大地提高了地基固结的速率。固结速率的提高主要来自于水平排水路径的增加。在达到增设排水路径的效果后,桩身开孔的合理差异并不会对固结产生太大的影响。

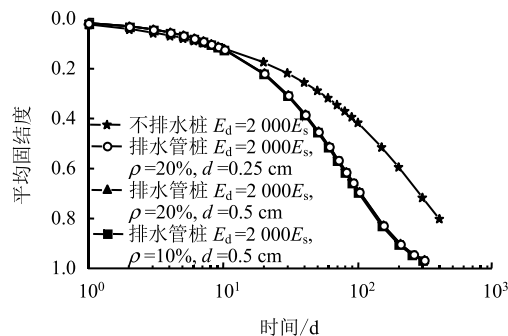


图9 开孔系数对地基固结影响

Fig.9 Influence of hole coefficient on consolidation of foundation

5 结 论

本文提出了一种可以同时承载与排水的管桩,并且用 Poiseuille 方程将管桩内外孔压连续,推导出了排水桩的等应变固结解析解。对比了砂井、散体桩、不排水刚性桩与排水桩的固结效果,说明了桩-土应力比与水平向排水路径的重要性。同时分析了桩身模量、褥垫层模量、固结井径比的影响,最后关于开孔管桩固结解析解的参数分析也得出了孔洞变化对固结度的影响规律以及桩体刚度的重要性。现得到如下几点结论:

- (1) 刚性桩在使用和计算固结时,不可忽略褥垫层的协调作用。
- (2) 在条件相同的情况下,刚性排水桩处理软弱地基能力明显强于砂井、散体桩、刚性不排水桩。
- (3) 水平向排水路径的增加对固结的影响很大,虽然散体桩模量远小于刚性不排水桩,但固结速度仍远快于刚性桩复合地基。
- (4) 在同样拥有水平排水路径的条件下,桩体模量越大,桩-土应力比越大,则固结速度越快。

参 考 文 献

- [1] YOSHIKUNI H. Design and control of construction in the vertical drain method[M]. Tokyo: Gihoudou, 1979.
 - [2] HIRD C C, SANGTIAN N. Model study of seepage in smear zone around vertical drains in layered soil: further results[J]. *Geotechnique*, 2002, 52(5): 375-378.
 - [3] 赵明华, 陈侃, 刘猛, 等. 考虑桩体压缩变形的碎石桩复合地基非线性固结分析[J]. *公路交通科技*, 2015, 32(6): 46-53.
- ZHAO Ming-hua, CHEN Kan, LIU Meng, et al. Analysis of nonlinear consolidation of gravel pile composite foundation considering compression deformation of

- pile[J]. **Journal of Highway and Transportation Research and Development**, 2015, 32(6): 46—53.
- [4] TANG X W. A study on consolidation of ground with vertical drain system[D]. Saga: Saga University, 1998.
- [5] TANG X W, KATSUTADA ONITSUKA. Consolidation of double-layered ground with vertical drains[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2001, 25(14): 1449—1465.
- [6] 孙举, 谢新宇, 谢康和. 双层散体材料桩复合地基固结理论[J]. 岩土力学, 2008, 29(2): 321—326.
- SUN Ju, XIE Xin-yu, XIE Kang-he. Analytical theory for consolidation of double-layered composite ground with granular columns[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(2): 321—326.
- [7] HAN J, YE S L. A simplified solution for the consolidation rate of stone column reinforced foundations[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 2001, 127(7): 597—603.
- [8] 邢皓枫, 龚晓南, 杨晓军. 碎石桩复合地基固结简化分析[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(5): 521—524.
- XING Hao-feng, GONG Xiao-nan, YANG Xiao-jun. Simplified analysis for consolidation of gravel-pile composite foundation[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 27(5): 521—524.
- [9] 杨涛, 李国维. 路堤荷载下不排水端承桩复合地基固结解分析[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(12): 1831—1836.
- YANG Tao, LI Guo-wei. Consolidation analysis of composite ground with undrained penetrating piles under embankment load[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(12): 1831—1836.
- [10] 卢萌盟, 谢康和. 复合地基固结理论[M]. 北京: 科学出版社, 2016: 87—96.
- LU Meng-meng, XIE Kang-he. Consolidation theory for composite ground[M]. Beijing: Science Press, 2016: 87—96.
- [11] 唐晓武, 俞悦, 周力沛, 等. 一种能排水并增大摩阻力的预制管桩及其施工方法: 中国, CN104846809A[P]. 2015-08-19.
- TANG Xiao-wu, YU Yue, ZHOU Li-pei, et al. A prefabricated pipe pile with drainage and increasing friction resistance and its construction method: China, CN104846809A[P]. 2015-08-19.
- [12] POULOS H G, DAVIS E H. Elastic solutions for soil and rock mechanics[M]. 2nd ed. Sydney: John Wiley & Sons, 1991: 166—167.
- [13] 李耀琨, 季静, 张文俊, 等. 刚性桩复合地基渗流固结性能分析[J]. 建筑结构学报, 2014, 35(3): 208—214.
- LI Yao-kun, JI Jing, ZHANG Wen-jun, et al. Analysis of seepage and consolidation properties of rigid-pile composite foundation[J]. **Journal of Building Structures**, 2014, 35(3): 208—214.
- [14] 张娜, 崔新壮, 张炯, 等. 路堤荷载作用下透水性混凝土桩减压沉降效应研究[J]. 山东大学学报(工学版), 2013, 43(4): 80—86.
- ZHANG Na, CUI Xin-zhuang, ZHANG Jiong, et al. Settlement-controlling and pressure-reduction effect of pervious concrete pile under the action of embankment load[J]. **Journal of Shangdong University (Engineering Science)**, 2013, 43(4): 80—86.
- [15] 赵明华, 孙建兵, 张永杰, 等. 碎石桩复合地基复合模量极限值分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2009, 40(6): 1718—1723.
- ZHAO Ming-hua, SUN Jian-bing, ZHANG Yong-jie, et al. Limit value of composite modulus of gravel pile composite foundation[J]. **Journal of Central South University (Science and Technology)**, 2009, 40(6): 1718—1723.
- [16] 周翠英, 林春秀, 林鲁生, 等. 外荷载作用下软土压缩模量的动态演化规律研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(7): 2040—2044.
- ZHOU Cui-ying, LIN Chun-xiu, LIN Lu-sheng, et al. Research on dynamic evolution law of compression modulus of soft clay under external loads[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(7): 2040—2044.
- [17] 龚晓南. 桩基工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 870—891.
- GONG Xiao-nan. Pile foundation engineering manual[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 970—891.